

## UTILIZAÇÃO DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMPLEXOS - CRUZAMENTO DE RUAS

Jorcivan S. Ramos (PUC-Goiás) [jorcivan@hotmail.com](mailto:jorcivan@hotmail.com)  
Rachel Lopes Carcute (PUC-Goiás) [rachelcarcute@gmail.com](mailto:rachelcarcute@gmail.com)  
Roberto Capparelli Marçal (PUC-Goiás) [roctb\\_25@hotmail.com](mailto:roctb_25@hotmail.com)

### Resumo:

As simulações têm sido cada vez mais utilizadas em pesquisa, pelos benefícios que oferecem na redução de custos e na melhoria das condições de estudo do comportamento futuro das situações que se pretende desenvolver. Inúmeras ferramentas matemáticas e estatísticas já foram desenvolvidas para aplicação em simulações. Em geral, a eficiência desses instrumentos depende da precisão dos parâmetros fornecidos para o cálculo: quanto mais próximos da realidade, mais confiáveis serão os resultados. Todavia, nem sempre esses parâmetros são plenamente conhecidos. Há casos em que a incerteza quanto aos valores impede a utilização das ferramentas mais conhecidas. Quando o problema apresenta incertezas que podem ser quantificadas, através de funções de probabilidade, o Método Monte Carlo (MMC) pode ser uma alternativa para realizar a simulação. Este artigo apresenta breves considerações a respeito desse método, algumas de suas aplicações e reproduz um exemplo já apresentado pela literatura, para cálculo de fluxo de veículos em um cruzamento, ampliando-o para avaliar sua viabilidade. Os resultados permitem concluir que: a) o MMC é eficiente para a simulação de cenários onde há incertezas quanto a um ou mais parâmetros utilizados; b) a eficiência desse método melhora na mesma proporção do tamanho da amostra utilizada.

**Palavras-chave:** Simulação. Probabilidade. Método de Monte Carlo.

## USE OF MONTE CARLO SIMULATION FOR COMPLEX PROBLEM SOLVING - CROSSING STREETS

### Abstract

The simulations have been increasingly used in research, the benefits they offer in reducing costs and improving the study of future situations to be developed behavior. Numerous mathematical and statistical tools have been developed for use in simulations. In general, the efficiency of these instruments depends on the accuracy of the provided parameters for the calculation: the closer to reality, the more reliable the results. However, these parameters are not always fully known. There are cases where uncertainty about the values prevent the use of the best known tools. When the problem presents problems which can be quantified by probability functions, the method Monte Carlo (MMC) can be an alternative to perform the simulation. This article presents brief considerations about this method, some of its applications and plays an example already presented in the literature to calculate the flow of vehicles at an intersection, widening it to assess its feasibility. The results show that: a) the MMC is effective for simulation of scenarios where there is uncertainty as to one or more parameters used; b) the efficiency of this method improves in proportion to the size of the sample used.

**Key-words:** Simulation. Probability. Monte Carlo method.

## 1 INTRODUÇÃO

A construção de modelos que simulam situações reais não é uma prática nova. Talvez um dos exemplos mais antigos seja a confecção de mapas, que mostravam no papel, de maneira simplificada e simbólica, a representação de espaços ou regiões, facilitando a visualização e o entendimento de quem ainda não os conhecia, ou que registravam detalhes que precisavam ser lembrados por aqueles que se interessassem em percorrê-los.

Na prática, as simulações são muito úteis, pois permitem representar de maneira experimental situações que precisam ser observadas, analisadas e/ou estudadas sem que seja necessário construir o produto ou sistema real, o que implicaria em custos mais elevados. Segundo Freitas Filho (2008, p. 2), "a simulação de modelos permite ao analista realizar estudos sobre os correspondentes sistemas para responder questões do tipo" O que aconteceria se? Para o mesmo autor, três das principais funções da simulação são:

- a) Descrever o comportamento do sistema, em diversas situações, inclusive nas mais extremas e pouco prováveis;
- b) Construir teorias e hipóteses considerando as observações efetuadas, o que muitas vezes é facilitado pela simplificação do modelo e até pela redução de suas dimensões; e,
- c) Usar o modelo para prever o comportamento futuro, pois as alterações das condições de funcionamento são muito mais fáceis de serem feitas.

Nas últimas décadas, a simulação ganhou o auxílio valioso das ferramentas computacionais, que permitem a criação virtual das situações a serem estudadas sem que seja necessária a construção de um modelo real, além de acelerar significativamente cálculos matemáticos complexos envolvidos nesses casos. Para Freitas Filho (2008, p. 2),

A simulação tem sido, cada vez mais, aceita e empregada como uma técnica que permite a analistas, dos mais diversos seguimentos (administradores, engenheiros, biólogos, técnicos em informática, etc.), verificar ou encaminhar soluções, com a profundidade desejada, aos problemas com os quais lidam diariamente. Mais do nunca a simulação computacional tem sido empregada. O crescimento do uso desta ferramenta deve-se, sobretudo, à atual facilidade de uso e sofisticação dos ambientes de desenvolvimento de modelos computacionais, aliadas ao crescente poder de processamento das estações de trabalho.

Há inúmeros métodos matemáticos para simulação de sistemas, que se adequam às mais variadas demandas. Muitos foram criados empiricamente, mas com o passar dos anos e com a criação de novas metodologias, são sistematizados e formulados, permitindo sua reprodução para outras situações apenas com a atribuição de valores às variáveis.

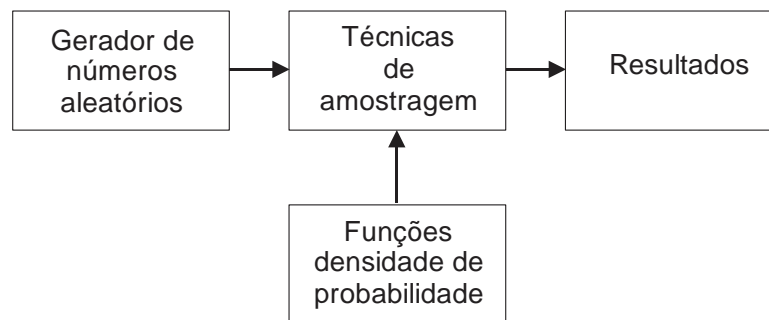
Mas há situações em que não é possível utilizar fórmulas matemáticas, pois envolvem fatores imprevisíveis ou cuja solução matemática é excessivamente complexa. É o caso, por exemplo, de sistemas em que as variáveis a serem consideradas são aleatórias e só se tem como certeza seus intervalos de probabilidade.

Uma das soluções para esses casos é o método Monte Carlo, que na verdade consiste em uma família de algoritmos que permitem a geração de amostras aceitáveis a partir de valores aleatórios para variáveis indeterminadas ou incertas, mas que possuam regras probabilísticas conhecidas para sua limitação.

## 2 O MÉTODO MONTE CARLO

Segundo Lazo (2009), o método Monte Carlo (MMC) foi desenvolvido durante a Segunda Guerra Mundial, mais precisamente ao longo do projeto de criação da bomba atômica, para avaliar o comportamento da difusão dos nêutrons encerrados dentro do material físsil. Posteriormente, pesquisas matemáticas e estatísticas validaram sua utilização para a simulação, mas houve uma supervalorização de sua eficácia e o método quase caiu em descrédito em razão dos inúmeros trabalhos que comparavam seus resultados aos obtidos pela análise numérica. Com o passar dos anos, os pesquisadores conseguiram reconhecer as situações em que sua utilização é mais indicada e restauraram sua importância no campo da simulação matemática. A técnica recebeu o nome de Monte Carlo como referência às roletas do famoso cassino de Mônaco, país situado naquele promontório, no sul da Europa.

Simplificadamente, o MMC consiste na utilização de geradores de números aleatórios para a seleção de valores possíveis para as variáveis indeterminadas, submeter esses valores a funções de densidade de probabilidade e, uma vez validados, utilizá-los para a simulação matemática. A Figura 1 traz um diagrama simplificado desse processo.



Fonte: adaptado de Yoriyaz (2009).

**Figura 1** - Modelo simplificado de simulação pelo método de Monte Carlo

Valores aleatórios são números independentes obtidos dentro de um intervalo, de maneira que todos tenham a mesma probabilidade de ocorrência. Segundo Freitas Filho (2009), antes do surgimento dos computadores, esses números eram obtidos a partir de tabelas publicadas por pesquisadores, como uma contendo 41.600 dígitos, publicada em 1927, ou outra, mais ampla, com 100.000 dígitos, gerados a partir de um sistema mecânico, publicada em 1939. Esses esforços foram abandonados em 1955, quando a *Rand Corporation*, uma organização de pesquisa sem fins lucrativos, publicou uma tabela com 1 milhão de números, obtidos a partir de uma roleta especialmente fabricada para isso. Daí surgiu o termo randômico como sinônimo de aleatório. Com o advento dos métodos computacionais, os algoritmos numéricos capazes de gerar esses valores atendem plenamente as necessidades de simulação.

Há inúmeras técnicas de geração de números aleatórios. Algumas delas encontram-se descritas em Vieira, Ribeiro e Souza (2004) e também na página da *Random.org* ([www.random.org](http://www.random.org)), que traz informações interessantes sobre o tema.

De acordo com Rosa e Pedro Júnior (2002, p. 1), as propriedades de um bom gerador de números aleatórios são:

- a) Os números gerados devem seguir uma distribuição uniforme, pois números aleatórios de verdade seguem essa distribuição;
- b) Os números devem ser estatisticamente independentes entre si. O valor de um número na sequência não deve afetar o valor do próximo

(na prática, a maioria dos geradores usa sequências recursivas, então há essa dependência dos valores anteriores, mas isso não é estatisticamente significativo, daí o destaque para independência estatística);

c) A sequência não deve se repetir nunca. Isso é teoricamente impossível, mas na prática um período de repetição suficientemente grande é o bastante;

d) A geração desses números deve ser rápida, de modo a poupar recursos computacionais para as simulações em si.

Observe-se que há algumas exceções nessa definição e que são importantes quando se trata de conceitos estritamente estabelecidos. A primeira refere-se à independência estatística dos números gerados que ocorre, por exemplo, na sequência obtida a partir do lançamento de um dado, ou na roleta. Nesses casos, não há qualquer previsibilidade quanto ao próximo valor que será obtido. Nos computadores, entretanto, essa geração é feita a partir de algoritmos matemáticos, o que torna previsível a sequência a ser obtida. Daí que, muitas vezes, essas sequências são denominadas de pseudoaleatórias, apesar de poderem ser alteradas pela modificação da "semente", ou seja, pela mudança no número inicial utilizado no algoritmo. Segundo Portnoi (2005, p. 23),

Uma sequência pseudo-aleatória de números é geralmente preferível no lugar de números totalmente aleatórios em se tratando de aplicações de simulação, pois frequentemente, na depuração e teste de modelos, é desejável repetir-se o mesmo experimento de simulação, exatamente como feito anteriormente (usando, pois, a mesma sequência de números aleatórios). Quando resultados diferentes forem requeridos, basta alterar o valor da semente, culminando assim num maior controle sobre a simulação e a obtenção de resultados.

Em termos simplificados, a função densidade de probabilidade retorna um valor entre 0 e 1 referente à probabilidade de um número aleatório ocorrer, e é representada por  $F(x) = P(X \leq x)$ . A título de exemplo, no lançamento de um dado, todas as faces têm igual probabilidade de ocorrência, que é de  $1/6$ , ou  $0,166667$ . Assim, pode-se dizer que  $F(1) = F(2) = F(3) = F(4) = F(5) = F(6) = 0,166667$ .

O exemplo do dado representa uma sequência discreta, onde os valores aleatórios são inteiros e possuem um intervalo limitado: 1, 2, 3, ..., 6. Para sequências contínuas, aquelas onde  $x$  é um valor real no intervalo  $0 \leq x \leq 1$ , a função de densidade de probabilidade é mais complexa, pois o conjunto de números gerados é infinito, mesmo que restrito ao intervalo.

Há inúmeras funções de densidade de probabilidade. As mais utilizadas podem ser encontradas, por exemplo, em Navidi (2010).

A técnica de amostragem consiste exatamente em validar os números aleatórios de acordo com a função de densidade de probabilidade desejada e com os intervalos estabelecidos para as variáveis indeterminadas. Como qualquer outro método de simulação, quanto maior a amostra, mais próximos da realidade serão os resultados. Com o exemplo utilizado neste trabalho será mais fácil de compreender como é a aplicação do método Monte Carlo.

## 2.1 Aplicações

O método de Monte Carlo tem sido utilizado em diversas áreas do conhecimento, sempre que há indeterminação de algum dos fatores relacionados à pesquisa. A seguir, alguns exemplos.

A tese de Nepomuceno (2005) utilizou-se de métodos de simulação para calcular cenários futuros de ocorrência de epidemias, utilizando-se como variáveis o estado dos indivíduos (suscetíveis, infectados ou recuperados), o impacto da vacinação e do isolamento. O MMC foi utilizado para a simulação da probabilidade de erradicação de uma doença, a partir dos parâmetros estabelecidos pela epidemiologia.

Em 2006, César e Mesquita apresentaram uma análise da caracterização do ataque de uma jogadora de vôlei de elite, a partir das possíveis variações de velocidade da bola levantada, de ataque ou contra-ataque e da zona atingida pela bola atacada. O MMC foi utilizado a partir das probabilidades coletadas em jogadas de ataque efetivamente feitas durante a Olimpíada de 2004. Os autores conseguiram identificar as características do ataque (frequência, rapidez, pontuação) com base nesses parâmetros.

Zuccolotto e Colodeti Filho (2007) utilizaram o MMC para estudar o édiversas formas de precificação. Depois de levantar os custos fixos e variáveis, os autores simularam três cenários que poderiam impactar a margem de lucro desejada. No primeiro cenário, projetaram a elevação em 10% no custo fixo e a redução de 10% no volume de vendas; o segundo utilizou a mesma elevação no custo fixo e a estabilidade no volume de vendas; o terceiro considerou o custo fixo estável e elevou em 10% o volume de vendas. Foram feitas 10.000 simulações dentro desses parâmetros, para cada cenário, calculando-se o possível lucro. No cenário 1, a possibilidade do lucro ser superior à margem desejada foi de apenas 33,85%. No cenário 2, essa probabilidade subiu para 75,53% e no cenário 3, a probabilidade do lucro superar a margem esperada foi de 98,81%.

Yoriyaz (2009) traz uma breve explicação sobre o MMC e relata alguns trabalhos onde o método foi utilizado na física médica. Dentre esses trabalhos, destacam-se aqueles relacionados à medicina nuclear e à radioterapia para simular a dosimetria e a absorção da radiação por diversos órgãos do corpo, de acordo com a idade do indivíduo. Outros trabalhos importantes referem-se ao diagnóstico de radiografias digitais, onde a sensibilização dos equipamentos é diferente da apresentada pelos filmes convencionais.

Pires et al (2010) utilizaram o MMC na simulação de herdabilidade das características genéticas e morfológicas de bovinos da raça Nelore, utilizando-se de parâmetros como peso na desmama, precocidade, musculosidade, idade da vaca ao parto, etc. A probabilidade foi caracterizada a partir da herança genética de 4.155 animais.

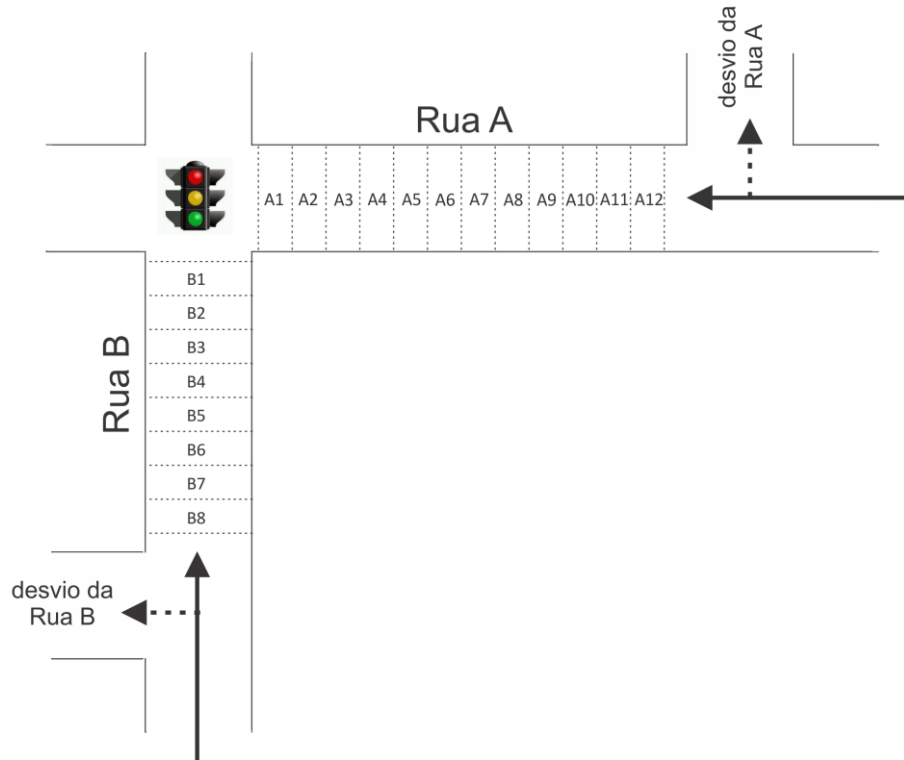
Diferentemente das simulações matemáticas mais comuns, onde os resultados podem ser obtidos a partir da aplicação de fórmulas ou algoritmos padronizados, o método Monte Carlo geralmente exige a construção do modelo computacional que será utilizado, com base nas características do experimento a que se destina. Por esse motivo, para codificação dessas aplicações, costumam-se utilizar linguagens de programação mais voltadas para o cálculo, como Pascal e C++, ou planilhas eletrônicas, sendo que estas exigem um conhecimento mais aprofundado de suas funções para serem utilizadas com mais facilidade. Também existem softwares já prontos que utilizam essas mesmas ferramentas, como o @Risk (Palisade), que trabalha sobre a base da planilha Microsoft Excel, acrescentando-lhe novas funções e opções que permitem realizar a simulação e apresentar os gráficos resultantes.

Jornada e Pizzolatto (2005) descrevem um método para utilização da planilha Microsoft Excel para estimativa da precisão de equipamentos em laboratório. Já Brandalise e Cardoso (2010), com a mesma ferramenta, utilizaram o MMC para fazer a análise econômico-financeira do comércio varejista de água mineral.

## **2 SIMULAÇÃO**

O exemplo reproduzido neste trabalho está descrito em Dachs (1988, p. 49-58).

Considere-se um cruzamento de duas ruas de mão única, em cujo cruzamento há um semáforo. Na rua A há espaço para enfileiramento de 12 veículos e na rua B o espaço é para 8 veículos. Em ambas há um desvio para onde se dirigem os veículos que chegam ao cruzamento e encontram todas as vagas ocupadas. A Figura 2 mostra, esquematicamente o sistema proposto.



Fonte: elaborado pelos autores, a partir de Dachs (1988, p. 49).

**Figura 2** - Representação esquemática do cruzamento proposto

O semáforo abre para a rua A por 75 segundos e para a rua B por 45 segundos. Ao abrir o sinal, o veículo posicionado em primeiro lugar da fila avança, dando lugar para os que o seguem. Esse deslocamento demora 3 segundos e só após esse tempo o espaço estará vago para que o veículo seguinte o ocupe. Com essas informações, percebe-se que o tempo do semáforo para a rua A é suficiente para que 25 carros avancem, sendo de 15 carros para a rua B.

A indeterminação encontra-se no tempo de chegada dos carros ao final da fila de cada rua. Levando-se em conta o período de 3 segundos, a probabilidade de que um carro chegue à fila da rua A é de 45% e à fila da rua B é de 30%. Assim, no algoritmo utilizado, a validação da amostra é feita para  $x \leq 0,45$  e para  $x \leq 0,30$ , onde  $x$  é o número aleatório gerado.

O objetivo é estabelecer, informando-se um período de tempo  $T$ , quantos carros chegarão às filas de cada rua, quantos ficarão na fila e quantos terão que entrar nos desvios, a média de carros que permanecem em cada fila e a porcentagem de ocupação de cada vaga disponíveis nas ruas.

Para solucionar essa simulação, foi elaborado um programa em Pascal, cujo código fonte está descrito em Dachs (1988, p. 40-56), com as respectivas explicações.

## 2.1 Resultados

Dachs (1988) realizou três simulações, cujos resultados estão descritos na Tabela 1.

Para complementar, utilizando-se o mesmo programa, foram feitas duas simulações adicionais, desta vez com um tempo menor, 300 segundos (5 minutos), mantendo-se a mesma probabilidade de chegada dos carros em cada rua. Para melhorar a confiabilidade dos resultados, cada simulação foi repetida 10 vezes e os resultados, mostrados na Tabela 2, foram calculados como a média aritmética dos valores obtidos.

### 3 DISCUSSÃO

Na simulação II, houve uma redução de 20% no tempo de abertura do semáforo da rua A, mantendo-se o tempo para a rua B. Ao contrário do que seria de se esperar, isso provocou um discreto aumento no número de entradas na rua A (1,74%) e no número de entradas na fila (2,08%), com uma redução também discreta no número de carros que saem pelo desvio (3,12%). Sobre a rua B, entretanto, os efeitos foram mais significativos: reduziram-se em 12,07% as chegadas e o número de carros saindo pelo desvio (73,08%). Em sentido contrário, o número de entradas na rua B aumentou em 3,63%. Conclui-se que essa redução no tempo do semáforo da rua A não traria grande impacto no fluxo de veículos desta rua, mas melhoraria o fluxo da rua B, pois menos carros teriam que optar pelo desvio.

Variáveis	Tempo de abertura do semáforo (seg)			
	I	II	III	
	A=75 / B=45	A=60 / B=45	A=90 / B=90	
Rua A	Chegadas	518	527	518
	Entradas na fila	486	496	401
	Desvio	32	31	117
	Ocupação média das vagas	6,93	7,35	8,15
	% ocupação das vagas			
	A1	74,9	80,3	84,4
	A2	71,0	76,5	79,8
	A3	66,7	71,5	76,2
	A4	64,7	69,0	74,1
	A5	61,2	63,6	71,0
	A6	59,1	60,3	67,9
	A7	56,3	57,6	66,4
	A8	53,2	55,2	64,3
Rua B	A9	49,2	52,8	62,0
	A10	46,4	51,2	58,7
	A11	45,2	49,4	56,0
	A12	44,7	47,5	54,2
	Chegadas	381	335	369
	Entradas na fila	303	314	326
	Desvio	78	21	65
	Ocupação média das vagas	4,95	4,20	4,80
	% ocupação das vagas			
	B1	81,6	75,7	70,6
	B2	75,5	71,2	69,2
	B3	68,5	60,3	66,7
	B4	63,2	55,3	62,8

B5	58,0	47,9	59,9
B6	52,7	41,5	55,6
B7	49,2	36,3	49,5
B8	45,9	31,6	45,7

Fonte: elaborado pelos autores a partir de Dasch (1988, p. 57)

**Tabela 1** - Resultados da simulação feita por Dasch (1988) no cruzamento, considerando-se o tempo total T=3.600 segundos (uma hora)

Variáveis	Tempo de abertura do semáforo (seg)		
	IV	V	
	A=75 / B=45	A=90 / B=90	
Rua A	Chegadas	43	48
	Entradas na fila	43	31
	Desvio	0	17
	Ocupação média das vagas	6,41	8,67
	% ocupação das vagas		
	A1	72,0	77,0
	A2	67,0	77,0
	A3	64,0	73,0
	A4	63,0	73,0
	A5	61,0	72,0
	A6	51,0	71,0
	A7	47,0	72,0
	A8	44,0	72,0
	A9	43,0	71,0
A10	43,0	72,0	
A11	43,0	71,0	
A12	43,0	66,0	
Rua B	Chegadas	38	30
	Entradas na fila	28	29
	Desvio	10	1
	Ocupação média das vagas	5,39	3,65
	% ocupação das vagas		
	B1	84,0	72,0
	B2	80,0	55,0
	B3	76,0	52,0
	B4	73,0	48,0
	B5	65,0	41,0
	B6	56,0	33,0
	B7	52,0	32,0
	B8	53,0	32,0

Fonte: elaborado pelos autores a partir de Dasch (1988, p. 57)

**Tabela 2** - Resultados da simulação feita pela autora no cruzamento, considerando-se o tempo total T=300 segundos (5 minutos)



Na simulação III, o autor aumentou em 20% o tempo do semáforo da rua A e em 100% o tempo para a rua B, em relação à simulação I. Apesar do aumento para a rua B ter sido mais acentuado, o impacto maior ocorreu nos percentuais da rua A. Para um mesmo número de chegadas de veículos (518), houve um aumento de 265,63% no número de carros que tiveram que optar pelo desvio. Na rua B, o número de chegadas teve uma redução discreta (3,15%), o mesmo ocorrendo com o número de carros que saíram pelo desvio (16,67%). Neste caso, apesar do aumento significativo no tempo de semáforo para a rua B, as consequências sobre o fluxo de veículos não foram proporcionais, tendo prejudicado muito o fluxo da rua A.

As simulações IV e V repetiram os tempos de abertura dos semáforos para as ruas A e B utilizados nas simulações I e III. A principal diferença foi a redução no tempo total considerado: de 1 hora para 5 minutos, portanto uma redução de 91,67%. O primeiro resultado que chama a atenção na simulação IV é que, para um período menor de tempo, a abertura do semáforo foi suficiente para atender o fluxo de veículos da rua A, já que nenhum teve que sair pelo desvio. Outro detalhe interessante é que o número de chegadas de veículos em ambas as ruas foi aproximadamente proporcional à redução do tempo: 8,30% para a rua A e 9,97% para a rua B. Essa informação é relevante, pois é a probabilidade de chegada que limita a amostragem aleatória da simulação para ambas as ruas.

Comparando-se as simulações IV e V, que equivalem à comparação feita entre as simulações I e III, observa-se que as consequências foram ainda mais radicais quando observados os números de carros que tiveram que optar pelos desvios. Na rua A, onde antes nenhum carro havia tido que sair pelo desvio, o aumento nos tempos de semáforo fizeram com que 17 carros tivessem que fazer essa opção. Já para a rua B, se antes 10 carros tiveram que sair por esse caminho, agora apenas 1 foi obrigado a fazê-lo.

Essas diferenças tão acentuadas reforçam a recomendação de que, quanto maior o tamanho da amostra, no caso, do tempo considerado para a simulação, mais confiáveis serão os resultados obtidos, apesar do tempo não ser influenciado diretamente pelas variáveis aleatórias. O que ocorre, com o aumento do tempo, é o aumento consequente do volume de números aleatórios validados pela regra de probabilidade, que nestes exemplos referem-se à chegada de veículos às ruas.

Uma observação importante que precisa ser feita em relação à codificação apresentada por Dachs (1988) é que a função geradora de números aleatórios (*random*) do Turbo Pascal possui sintaxe diferente, onde a informação do limite superior da sequência a ser gerada é opcional. Ou seja, quando se refere à função *random*, sem argumentos, o número é gerado no intervalo entre 0 e 1. A mesma função pode ser utilizada com argumento (p. ex. *random(10)*) e, neste caso, o limite superior é considerado como sendo o argumento informado (no exemplo, 10). O comando *Randomize* inicializa o gerador de números aleatórios e, quando se deseja que a mesma sequência se repita, basta atribuir uma semente à variável *RandomSeed*. Essa variável não está presente nas versões padrão do Pascal.

Neste trabalho, as simulações adicionais foram executadas com o compilador PascalZim (desenvolvido no Departamento de Ciências da Computação da UnB, versão 5.1.1), que aceita a sintaxe padrão do Pascal. Para o Pascal padrão, a função *random(x)* deve obrigatoriamente informar um argumento, que representa o limite superior do intervalo de números gerados, que serão sempre inteiros no intervalo de 0 a x. A fim de manter a compatibilidade com o algoritmo utilizado por Dachs (1988), foi criada uma nova função, *aleatorio*, cujo código é mostrado abaixo:

```
function aleatorio:real;  
begin
```

```
aleatorio := (random(100000)/100000);  
end;
```

Essa função substitui a sintaxe da função *random* do Turbo Pascal, gerando um número aleatório entre 0 e 100.000 e dividindo-se o resultado por 100.000, para obter um valor entre 0 e 1.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quanto mais se percebe a importância e a utilidade da simulação em pesquisa, mais variadas são as situações em que novas ferramentas precisam ser criadas para resolvê-las. Nem sempre é possível a construção de soluções estritamente matemáticas, pois também aumentam os casos em que há incerteza quanto aos valores que as variáveis necessárias podem assumir na simulação de cenários futuros.

Para essas situações, a simulação de Monte Carlo parece ser a melhor solução, pois permite continuar utilizando-se de funções matemáticas e estatísticas para gerar uma amostra que valide a simulação. Como em qualquer caso, quanto maior a amostra, melhores os resultados obtidos, daí a preocupação com a geração de números aleatórios, que deve ter confiabilidade para validar essa amostra.

Muitas vezes as simulações não conseguem representar todas as possíveis situações que se pretende estudar, mas, se bem elaboradas, mostram uma tendência. Especialmente nos casos em que as variáveis de entrada apresentam incertezas, o Método Monte Carlo mostra-se útil para reduzi-las, convergindo os resultados para intervalos mais apropriados.

## REFERÊNCIAS

BRANDALISE, N.; CARDOSO, R. Análise de Risco em Estudo de Viabilidade Econômico-Financeira com o Uso da Simulação de Monte Carlo para o Comércio de Água Mineral. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 30., 2010. **Anais eletrônicos...** São Carlos (SP): 2010. Disponível em <[http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2010\\_TN\\_STO\\_126\\_812\\_15293.pdf](http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2010_TN_STO_126_812_15293.pdf)>. Acesso em 22 out. 2013.

CÉSAR, B.; MESQUITA, I. Caracterização do ataque do jogador oposto em função do complexo do jogo, do tempo e do efeito do ataque: estudo aplicado no voleibol feminino de elite. **Revista Brasileira de Educação Física Esportiva**, v. 20, n. 1, p. 59-69, 2006.

DACHS, J. N. W. **Estatística computacional: uma introdução em Turbo-Pascal**. Rio de Janeiro: LTC, 1988.

FREITAS FILHO, P. J. **Introdução à Modelagem e Simulação de Sistemas: com Aplicações em Arena**. 2. ed. Florianópolis: Visual Books, 2008.

GOODMAN, J.; BINDEL, D. **Principles of Scientific Computing**. New York: New York University, 2009. Disponível em <<http://www.cs.nyu.edu/courses/spring09/G22.2112-001/book/book.pdf>>. Acesso em 20 out. 2013.

JORNADA, D. H.; PIZZOLATTO, M. Uso de Planilhas Eletrônicas para Implementação do Método de Monte Carlo para Estimativa da Incerteza de Medição. In: Encontro para a Qualidade de Laboratórios, 2005, São Paulo. **Cd rom do ENQUALAB 2005**, 2005.

LAZO, P. P. D. Monte Carlo para problemas determinísticos: sistemas lineares. **Synergismus Scyentifica UTFPR**, v. 4, p. 15, 2009.

NAVIDI, W. **Probabilidade e Estatística para Ciências Exatas**. Porto Alegre: McGraw Hill/Bookman, 2010.

NEPOMUCENO, E. G. **Dinâmica, Modelagem e Controle de Epidemias**. 2005. 139f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica). Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte: 2005.

PIRES, B. C. et al. Modelos bayesianos de limiar e linear na estimação de parâmetros genéticos para características morfológicas de bovinos da raça Nelore. **Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal**, v. 11, n. 3, p. 651-661, jul./set. 2010.

PORTNOI, M. **Probabilidade, Variáveis Aleatórias, Distribuição de Probabilidades e Geração Aleatória**. Salvador: Unifacs, 2005.

ROSA, F. H. F. P.; PEDRO JÚNIOR, V. A. **Gerando Números Aleatórios**. São Paulo: USP, 2002.

VIEIRA, C. E. C.; RIBEIRO, C. C.; SOUZA, R. C. **Geradores de Números Aleatórios**. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 2004. Disponível em <ftp://ftp.inf.puc-rio.br/pub/docs/techreports/04\_22\_vieira.pdf>. Acesso em 20 out. 2003

YORIYAZ, H. Método de Monte Carlo: princípios e aplicações em Física Médica. **Revista Brasileira de Física Médica**, v. 3, n. 1, p. 141-149, 2009.

ZUCCOLOTTO, R.; COLODETI FILHO, E. Gerenciamento de Preços em Empresas de Pequeno Porte por Meio do Custeio Variável do Método De Monte Carlo. **Enfoque: Reflexão Contábil**, v. 26, n. 3, p. 39-52, 2007.